２００３年度

理学研究科博士課程　前期課程　物理学専攻　入学試験問題
（物　理　学）

［注意］解答はすべて解答用紙に記入し，問題１問につき解答用紙１枚を使用すること。

1． 次の文の[1]～[20]にあてはまる数式あるいは語句を解答用紙にしるせ。

慣性系 O-$\xi\eta\zeta$ の ζ 軸を z 軸とし，その周りを一定の角速度 ω で回転する座標系 O-xyz を考える。このとき $\xi\eta\zeta$ は xyz を用いて，

$$\xi = [1]\cos\omega t - [2]\sin\omega t$$
$$\eta = [3]\sin\omega t + [4]\cos\omega t$$
$$\zeta = [5]$$

と表される。

これを t で２回微分すると，

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = [6]\cos\omega t - [7]\sin\omega t$$
$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = [8]\sin\omega t + [9]\cos\omega t$$
$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} = [10]$$

が得られる。これから，慣性系での加速度 $\boldsymbol{a}$ は，回転系 O-xyz での速度 $\mathbf{v}' = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$，加速度 $\mathbf{a}' = (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$ と

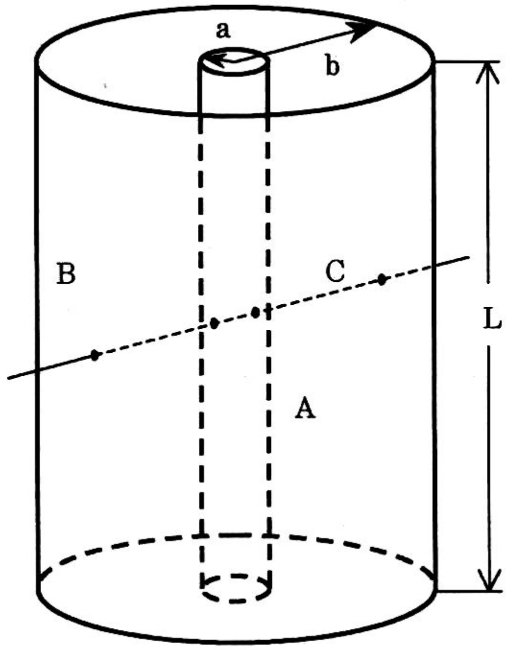
$$a_x = a_x' - [11]v_y' - [12]x$$
$$a_y = a_y' + [13]v_x' - [14]y$$
$$a_z = [15]$$

の関係にあることがわかる。これに物体の質量 m を掛けて変形すると，

$$ma_x' = F_x + m[11]v_y' + m[12]x$$
$$ma_y' = F_y - m[13]v_x' + m[14]y$$
$$ma_z' = [16]$$

となる。ここで，$\mathbf{v}'$ が xy面内にあるとき，右辺第２項は大きさが[17]に等しい見かけの力を表し，[18]と呼ばれる。また第３項は，z 軸から物体までの距離を r としたとき，大きさが[19]に等しい見かけの力で[20]と呼ばれる。

2．図のように，半径が a および b $(a<b)$，長さがともに L で厚さを無視できる２つの同軸金属円管Ａ，Ｂが，真空中に両端を揃えて置かれている。円管Ａ，Ｂには，それぞれ２つの小さな穴があいており，これらの穴の中心は，円管の軸に直交する直線Ｃ上にある。円管Ａ，Ｂは，それぞれ電荷 $-Q$ および Q $(Q>0)$ に帯電しているものとする。円管の長さは十分に長く $(L \gg b)$，穴による電場の乱れは無視できるものとして次の問いに答えよ。ただし，真空の誘電率を ε_0 とする。



(a) 軸からの距離が r の点における電場 $E(r)$ を求めよ。

(b) 無限遠における電位を０として，軸からの距離が r の点の電位 $V(r)$ を求めよ。

(c) この系の静電容量はいくらか。

(d) 直線Ｃに沿って，円管Ｂの外側から質量 m，電荷 $-e(e>0)$ の電子を円管内に撃ち込む。電子が円管Ｂに入射するときの運動エネルギーを K_0 として，次の問いに答えよ。

(イ) 電子が円管 Ｂ を通り抜けるとき，K_0 が取り得る値の範囲を書け。

(ロ) 円管の軸上における，電子の運動エネルギー K を求めよ。

(ハ) 直線Ｃ上に x 軸をとる。直線Ｃと円管の軸との交点を原点とし，電子の運動方向を正方向として，電子の運動エネルギーを $-2b<x<2b$ の範囲で図示せよ。

3．3次元の井戸型ポテンシャル

$$U(r)=\begin{cases}-V & (r\leq R)\\ 0 & (r>R)\end{cases}$$

内を運動する質量mの粒子が軌道角運動量0，エネルギー $-E$（E>0）の固有状態をただ一つ持つ。以下の問いに答えよ。

ただし，極座標のラプラシアンは

$$\Delta=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial}{\partial r})+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta})+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$$

である。

(a) $r>R$におけるこの固有状態の波動関数を$\psi=A\dfrac{e^{-\kappa r}}{r}$と書くとき，$\kappa$と$E$の関係を求めよ。

(b) $\kappa R\ll 1$であるとき，Vとκ, Rとの関係を求めよ。

(c) この粒子が$r>R$の領域に存在する確率を求めよ。

4．N個の粒子からなり，全エネルギーがEの系を考える。粒子のとりえる量子状態は，そのエネルギーがε_1，ε_2の2つである。

(a) $\Delta\varepsilon=\varepsilon_2-\varepsilon_1\,(>0)$ として，この系のエントロピーを求めよ。ただし，スターリングの公式 $\log N!\approx N(\log N-1)$ を用いてもよい。

(b) エネルギーEを温度Tの関数として表せ。

(c) この系の比熱Cを求めよ。

5．質量数240の原子核M_1は，核分裂して2つの質量数120の原子核M_2に崩壊する。原子核M_1およびM_2の核子当たりの束縛エネルギーは，それぞれ7.6MeVおよび8.6MeVである。

この反応を利用した原子炉の熱出力が10^6 Wであるとき，毎秒何gの原子核M_1が崩壊していることになるか。ただし発生したエネルギーは，原子炉内で全て熱になるものとする。必要に応じて次の定数を利用し，有効数字2桁で答えよ。

アボガドロ数 N＝6.0×10^{23} mol^{-1}，素電荷 e＝1.6×10^{-19} C